



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA

Dipartimento delle Culture Europee e del Mediterraneo: Architettura,  
Ambiente, Patrimoni Culturali (DiCEM)

*Allegato 6*

**A.A. 2019/2020**

**Denominazione dell'attività formativa:**

Corso di Analisi Matematica

**Denominazione in inglese dell'attività formativa:**

Course in Mathematical Analysis

**Corso di studio/Course of Study:**

Architettura / Architecture

**Docente / Teacher:**

Prof. Vita Triani

**e-mail:**

vita.triani@gmail.com

**Recapiti telefonici:**

+39 3207928550

**Periodo di svolgimento delle lezioni / Academic Duration:**

I semestre / First semester

**Numero Cfu:**

**6**

## **Programma del corso:**

### **I numeri e le funzioni reali.**

Gli assiomi dei numeri reali. Cenni di teoria degli insiemi. Numeri naturali, interi, razionali. Maggioranti e minoranti. Estremo superiore e inferiore. Esistenza dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore. Massimo e minimo. Funzioni e rappresentazione cartesiana. Funzioni invertibili. Funzioni monotone. Funzioni lineari. Funzione valore assoluto. Le funzioni potenza, esponenziale, logaritmo. Le funzioni trigonometriche. Il principio di induzione.

### **Successioni e loro limiti.**

Successioni di numeri reali e loro limiti. Successioni convergenti, divergenti e irregolari. Sottosuccessioni. Teorema di unicità del limite. Criterio di Cauchy. Operazioni razionali sui limiti. Teorema del confronto. Teorema detto "dei Carabinieri" Forme indeterminate. Successioni monotone. Teorema di regolarità per le successioni monotone. Definizione del numero  $e$ . Confronto tra infiniti. Ordine di infinitesimo.

### **Serie numeriche.**

Definizione. Convergenza e divergenza di una serie. La serie geometrica e la serie armonica. Criterio del confronto, della radice, del rapporto e dell'ordine di infinitesimo per serie a termini non negativi. Serie a termini di segno alterno: il criterio di Leibniz. La convergenza assoluta. Criteri di convergenza assoluta.

### **Funzioni reali di una variabile reale. Continuità.**

Limite di una funzione in un punto. Limite destro e limite sinistro. Limite all'infinito. Proprietà elementari dei limiti. Limiti notevoli. Definizione di continuità. Discontinuità eliminabili, di prima e di seconda specie. Teorema di regolarità per le funzioni monotone. Discontinuità delle funzioni monotone. Teorema della permanenza del segno. Teorema dell'esistenza degli zeri. Teorema dell'esistenza dei valori intermedi. Teorema di Weierstrass e corollari.

### **Calcolo differenziale.**

La derivata di una funzione reale di variabile reale. Regole di calcolo. Derivata delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Derivata delle funzioni elementari. Significato geometrico della derivata. Il problema della ricerca dei massimi e dei minimi relativi e assoluti. Teoremi di Fermat, Rolle e Lagrange. Crescenza e decrescenza. Concavità e convessità. Punti di flesso. Applicazioni del calcolo differenziale allo studio dei grafici di funzioni. Teorema di Cauchy. Teorema di De l'Hôpital.

### **Limiti e continuità delle funzioni di più variabili.**

Distanza euclidea in  $\mathbb{R}^n$ . Intorni di un punto di  $\mathbb{R}^n$ , insiemi aperti, chiusi, compatti, domini. Limiti di funzioni di due o più variabili. Unicità del limite. Teorema della permanenza del segno. Linearità del limite ed altre proprietà. Funzioni continue. Teorema della permanenza del segno. Teorema di linearità. Funzioni continue in insiemi connessi. Teorema di Weierstrass.

### **Calcolo differenziale per funzioni di più variabili.**

Derivate parziali prime di una funzione di due o più variabili. Gradiente di una funzione in un punto. Differenziabilità di una funzione in un



punto. Differenziale. Equazione del piano tangente, approssimazione lineare. Teorema del differenziale totale. Teorema del valor medio. Derivate di ordine superiore. Teorema di Schwarz. Derivate direzionali, relazione col gradiente. Curve di livello. Proprietà del gradiente. Punti singolari. Massimi e minimi di funzioni di più variabili, locali o globali. Teorema dei punti critici. Classificazione dei punti critici: test della derivata seconda per funzioni di due variabili. Ricerca dei punti di estremo assoluto in un dominio compatto. Punti di massimo o di minimo vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

### **Integrazione semplice e multipla.**

Integrazione di funzione di una variabile limitata in un intervallo chiuso e limitato: somme inferiori e somme superiori secondo Riemann. Funzioni integrabili secondo Riemann. Integrabilità delle funzioni continue e delle funzioni monotone. Teorema di positività dell'integrale. Proprietà dell'integrale. Teorema della media. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Formula fondamentale del calcolo integrale. Metodi di integrazione. Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan. Integrale doppio secondo Riemann di una funzione limitata su un dominio piano limitato e misurabile. Proprietà dell'integrale doppio. Formule di riduzione per integrali doppi su domini normali. Integrali doppi in coordinate polari, formula per il cambiamento di variabili negli integrali doppi.

### **Equazioni differenziali.**

Equazioni differenziali in forma normale: definizione di soluzione, di problema ai limiti, di integrale generale di una equazione differenziale. Equazioni differenziali del I ordine a variabili separabili, omogenee. Equazioni differenziali lineari del I ordine a coefficiente e termine noto continui, determinazione dell'integrale generale. Teorema di esistenza ed unicità per equazioni lineari a coefficiente e termine noto continui. Equazioni differenziali lineari di ordine qualsiasi a coefficienti costanti: integrale generale dell'omogenea associata; determinazione di una soluzione particolare della completa nel caso di termini noti particolari. Metodo di Lagrange della variazione della costante arbitraria, integrale generale dell'equazione completa.

## **Course contents:**

### **Real numbers and functions.**

Real numbers axioms. Elements of set theory. Natural numbers, integers, rational numbers. Upper and lower bounds. Extreme top and bottom. Existence of the upper bound and the lower bound. Maximum and minimum. Functions and Cartesian representation. Invertible functions. Monotone functions. Linear functions. Absolute value function. The power, exponential, logarithm, trigonometric functions. The principle of induction.

### **Sequences and their limits.**

Sequences of real numbers and their limits. Convergent sequences, divergent and irregular. Subsequences. Theorem of uniqueness of the limit. Cauchy criterion. Operations on rational limits. Comparison theorem. Theorem said "Carabinieri" Indeterminate forms. Monotone sequences.

Regularity theorem for monotone sequences. Definition of the number  $e$ . Comparison between infinite. Infinitesimal order.

### **Numerical series.**

Definition. Convergence and divergence of a series. The geometric series and the harmonic series. Criterion of comparison, the root, and the ratio of the order of infinitesimal series in non-negative terms. Series in terms of alternating signs: the criterion of Leibniz. The absolute convergence. Convergence criteria.

### **Real functions of a real variable. Continuity.**

Limit of a function at a point. Right edge and left edge. Limit to infinity. Elementary Properties of limits. Significant limitations. Definition of continuity. Eliminable discontinuity, of first and second species. Regularity theorem for monotone functions. Discontinuities of monotone functions. Theorem of the permanence of the sign. Theorem of existence of zeros. Theorem of existence of intermediate values. Weierstrass theorem and corollaries.

### **Differential calculus.**

The derivative of a real function of a real variable. Rules of calculation. Derivatives of composite functions and inverse functions. Derivatives of elementary functions. Geometrical meaning of the derivative. The problem of finding the maximum and minimum relative and absolute. Fermat, Rolle and Lagrange. And monotonicity. Concavity and convexity. Inflection points. Applications of differential calculus to the study of graphs of functions. Cauchy's theorem. Theorem of De l'Hôpital.

### **Limits and continuity of functions of several variables.**

Euclidean distance in  $\mathbb{R}^n$ . Surroundings of a point of  $\mathbb{R}^n$ , open sets, closed, compact domains. Limits of functions of two or more variables. Uniqueness of the limit. Theorem of the permanence of the sign. Linearity limit and other properties. Continuous functions. Theorem of the permanence of the sign. Theorem of linearity. Continuous functions in connected sets. Weierstrass Theorem.

### **Differential calculus for functions of several variables.**

First partial derivatives of a function of two or more variables. Gradient of a function at a point. Differentiability of a function at a point. Differential. Equation of the tangent plane, linear approximation. Theorem of the total differential. Mean value theorem. Higher order derivatives. Schwarz Theorem. Directional derivatives, relationship with the gradient. Contour lines. Properties of the gradient. Singular points. Maxima and minima of functions of several variables, local or global. Theorem of critical points. Classification of critical points of the second derivative test for functions of two variables. Finding Points of absolute extreme in a compact domain. Points of maximum or minimum bound. Method of Lagrange multipliers.

### **Simple and multiple integration.**

Integration of function of one variable limited in a closed, bounded interval: higher amounts and lower Riemann sums. Riemann integrable functions. Integrability of continuous and monotonic functions. Theorem of positive integral. Properties of the integral. The mean value theorem. The fundamental theorem of calculus. Fundamental formula of calculus. Integration methods. Peano-Jordan measurable sets. Riemann double integral of a bounded function on a domain limited and measurable. Properties of the double integral. Reduction formulas for double integrals on normal domains. Double integrals in polar coordinates, formula for change of variables in double integrals.

### **Differential equations.**



Differential equations in normal form: definition of solution of boundary value problem, the general solution of a differential equation. First order differential equations with separable variables, homogeneous. Linear differential equations of the first order coefficient and known term continuous determination of the integral whole. Existence and uniqueness theorem for linear equations with coefficients and known term continue. Linear differential equations of any order with constant coefficients: general integral of the homogeneous associated equation; determination of a particular solution of the complete equation in the case of known terms. Lagrange's method of variation of arbitrary constant, general integral of the complete equation.

### **Metodi didattici / Modalità e strumenti per l'erogazione dei contenuti:**

1. Didattica frontale: lezioni magistrali.
2. Didattica interattiva: dimostrazioni tecniche senza esecuzione diretta da parte dei partecipanti (identificazione del problema - definizione del problema e delle domande rilevanti - selezione delle ipotesi - raccolta di informazioni - verifica delle ipotesi e prova della tesi).

### **Teaching methods**

1. Classroom teaching: lectures.
2. Interactive teaching: technical proofs without direct execution by the participants (identification of the problem - the problem definition and the relevant questions - selection of assumptions - information gathering - hypothesis testing and proof of the thesis).

### **Strumenti didattici di supporto (dispense, testi ecc.):**

P.Marcellini – C.Sbordone “Analisi Matematica 1” e “Analisi Matematica 2”  
“Esercitazioni di Analisi Matematica” Vol. 1 e 2 - Liguori Editore

### **Teaching tools**

P.Marcellini – C.Sbordone “Analisi Matematica 1” e “Analisi Matematica 2”  
“Esercitazioni di Analisi Matematica” Vol. 1 e 2 - Liguori Editore

### **Bibliografia di riferimento:**

-

### **Readings/Bibliography**

-

### **Prerequisiti - Eventuali propedeuticità:**

-

### **Knowledges/Exames required on entry:**

-



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA

Dipartimento delle Culture Europee e del Mediterraneo: Architettura,  
Ambiente, Patrimoni Culturali (DiCEM)

**Modalità di frequenza:**

La frequenza è obbligatoria e dovrà essere attestata per ogni allievo alla fine del semestre.  
Norme specifiche vengono riportate nel Regolamento Didattico.

**Attendance (compulsory – free):**

The attendance is compulsory and it must be certified for each student at the end of the semester.  
Particular rules can be found in the Didactic Regulation.

**Risultati di apprendimento previsti:**

Padronanza del linguaggio matematico e delle tecniche di base dell'Analisi Matematica.

**Learning outcomes**

Mastery of mathematical language and the basic techniques of Mathematical Analysis.

**Modalità di verifica della preparazione:**

Elaborato scritto e colloquio orale.

**Assessment methods**

Written test and oral discussion.